

Дәріс 8. Хэмминг коды. Негізгі идеялары, минималды қашықтықты есептер және қателерді түзету. Іске асыру мысалдары.

Дәріскер: PhD Темирбекова Ж.Е.

Хэмминг коды: Анықтамасы

- ▶ Хэмминг коды — ақпараттық хабарға артық бақылау биттерін қосу арқылы бір биттік қателерді түзететін және екі биттік қателерді анықтайтын кодтау жүйесі.

Хэмминг кодтарының тарихы

- ▶ 1950 жылы Ричард Хэмминг ұсынды. Ол IBM машиналарында жиі қателерден шаршағандықтан, автоматты түзету жүйесін ойлап тапты. Бүгінде коммуникация жүйелерінде кең қолданылады.

Артық биттер идеясы

- ▶ Артық биттер хабарды бақылауға арналған. Әр бақылау бит хабардың белгілі бір позициялар тобын тексеріп, логикалық XOR арқылы паритетті есептейді.

Бақылау биттерінің санын анықтау

- Бақылау биттерінің саны r мына шартпен анықталады:
 $2^r \geq k + r + 1$. Мұндағы k - ақпараттық биттер саны.
Бұл формула қате орнын бірмәнді анықтауға мүмкіндік береді.

Биттердің орналасу ережелері

- Хабардағы бақылау биттері 1, 2, 4, 8... позицияларына қойылады. Бұл позициялар екілік жүйеде бір ғана 1 бар сандарға сәйкес келеді. Қалған позициялар ақпараттық биттерге беріледі.

Минималды қашықтық ($d_{\min}$)

- Кодтың минималды қашықтығы — кодтық сөздердің ең аз айырмашылығы. Хэмминг кодында $d_{\min} = 3$, бұл бір битті түзетуді және екі битті анықтауды қамтамасыз етеді.

Қателерді анықтау принципі

- ▶ Егер $d_{\min} = 3$ болса, код 2 биттік қателерді анықтай алады. Қате пайда болғанда бақылау биттері қайта есептеліп, сәйкессіздік арқылы бұзылған бит анықталады.

Қателерді түзету принципі

- ▶ Түзету принципі: синдромның екілік мәні қате орналасқан позицияны көрсетеді. Хабардағы сол бит инверсияланады — $0 \rightarrow 1$ немесе $1 \rightarrow 0$.

Қате синдромы

- Синдром — қате орнын анықтауға арналған екілік сан. Мысалы, синдром 101_2 болса, қате 5-орында ($4+1$) орналасқан. Егер синдром нөл болса, қате жоқ.

Кодтау мысалы (7,4)

- (7,4) коды: 4 ақпараттық және 3 бақылау бит. Бақылау биттері: P_1 (1), P_2 (2), P_4 (4). Әрқайсысы өз позицияларын тексереді. Мысалы, $M=[1,0,1,1]$ үшін код $C=[p_1, p_2, m_1, p_4, m_2, m_3, m_4]$.

Қабылдау және синдромды есептеу

- ▶ Қабылдаушы бақылау биттерін қайта есептейді. Егер хабар бұзылса, синдром нөлден өзгеше болады. Мысалы: $101_2 \rightarrow$ 5-бит қате, оны инверсиялау арқылы хабар қалпына келеді.

Бағдарламалық іске асыру

- ▶ Бағдарламалық іске асыру XOR операциясына негізделеді. Мысалы, C тілінде $p1 = d1 \wedge d2 \wedge d4$, $p2 = d1 \wedge d3 \wedge d4$, $p4 = d2 \wedge d3 \wedge d4$. Хэмминг коды микроконтроллерлерде өте жеңіл орындалады.

Қолдану салалары

- ▶ Хэмминг кодтары ECC жады, DRAM, Flash, спутниктік байланыс, сымсыз сенсорлық желілер, радиобайланыс, микроконтроллерлік жүйелерде қателерді түзету үшін қолданылады.

Қорытынды

- ▶ Хэмминг кодтары қарапайымдылығы, тиімділігі және аппараттық түрде оңай іске асырылатыны арқасында бүгінгі цифрлық жүйелердің негізгі қателерді түзету әдісі болып табылады.